Université M’Hamed Bougara Année  : 2022-2023

Faculté des Science Matière : Modélisation stochastique

Département de Mathématiques Master MSS /S3

**SERIE 2**

**Exercice 1** On suppose que dans un processus de Galton Watson, la loi de reproduction est de Bernoulli de paramètre 1/2. Déterminer la loi du temps d’extinction.

**Exercice 2** On suppose que les variables aléatoires suivent une loi Binomiale de paramètres 2 et 1/4. Déterminer la probabilité d’extinction.

**Exercice 3** On suppose que la variable de reproduction suit une loi géométrique de paramètre 1/3. Trouver :

1. La fonction génératrice et l’espérance .
2. La probabilité d’extinction.

**Exercice 4** Supposons que dans un processus de branchement, le nombre d’individus produits par chaque individu de la génération a comme fonction génératrice si est pair et si est impair. Quelle est la probabilité d’extinction de la population s’il y a un seul individu à la génération initiale.

**Exercice 5** Dans un processus de branchement avec générations séparées, chaque individu de chaque génération, indépendamment de tous les autres, produit individus de la génération suivante avec probabilité. Si , déterminer la probabilité d’extinction.

**Exercice 6** Considérons le processus de Galton Watson défini par la loi de reproduction suivante :

1. Calculer l’espérance et la fonction génératrice de .
2. Calculer la probabilité d’extinction pour et
3. Lorsque , montrer que

Donner une expression de en fonction de et en déduire la probabilité d’extinction.

**Exercice 7** Une population est constituée de gènes de type 1 ou 2. On note le nombre de gènes de type 1 à la nième génération. On admet que l’on a une chaine de Markov de matrice de transition définie par

On suppose que .

1. Sachant quelle est la loi de . En déduire
2. Vérifier que la probabilité que l’on finisse avec tous les gènes de type 1 est si et .

**Exercice 8** Soit une population de taille 2 pour un gène se présentant sous deux allèles A et B. On note le nombre d’allèles A dans la population au temps Montrer que pour tout On a